

Zakoni o silah

Sorpliv teles v okolici na opazovano telo (konkretna telesa)

- ↳ v stiku: npr. podlaga, vrvica... → ko ga prekinemo, sila preneha delovati
- ↳ na daljavo: gravitacija (edina v mehaniki, potem še elisila) ko gremo izven inercialnih sistemov so tudi druge sile, ki delujejo na podoben način

Obstajajo SAMO te sile. Npr, če vrtimo vedro vode na vrvici:

- ko je naše opazovano telo voda, deluje nanjo le sila vedra (podlage) in teže
- Če je naše opazovano telo vedro, deluje nanj prav tako sila teže, traven pa še sila vode & vrvice (v stiku)

v primeru klade na klanec: sila TEŽE (dinamična & statična komponenta) in sila PODLAGE (sila lepenja, normalna sila) Te dve sili sta posledici teles v okolici (podlaga in zemlja)

TEŽA - posledica privlaka teles \propto (veliko) maso, sila teže je sorazmerna \propto maso - sorazmernostni koeficient je vztrajnostna masa (ni razlike med težnostno maso)

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{g}$$

SILA PODLAGE

Toga = telo ne more vanjo (npr. trampolin)

Komponenta, ki je pravokotna na podlago je sila normale ($F_{\perp}, F_n, N, F_p...$)

- ↳ velikost je odvisna od ostalih sil, izničiti mora komponente ostalih sil (da se telo ne giblje pospešeno v podlago) To velja če ni pospešenega gibanja - dvigalo, ki se pospešeno dviga: za telo moramo napisati vektorsko vsoto (2. newtonov zakon), če npr naš klanec s kladjo spustimo da prosto pada, sila podlage Ni.

Sila normale uravnoveša statično komponento sile teže, ki je pravokotna na klanec.

$$F_n = m \cdot g \cdot \cos \theta, \quad \theta = \text{naklonski kot klanca}$$

Komponenti, ki sta vzporedni s podlago sta sila lepenja in sila trenja

Podlaga se upira gibanju \rightarrow Lepenje, če telo miruje: $F_L \leq k_L \cdot F_N$
 Smer sile je takšen, da nasprotuje gibanju

ko se telo premakne \rightarrow Trenje, sila nasprotuje gibanju

$$F_{tr} = k_{tr} \cdot F_N$$


Ko večamo naklonski kot klada zdrsne \rightarrow dinamična komponenta se veča, obmotje lepenja pa manjša

$$k_L \geq k_{tr}$$

\rightarrow vektorski zapis (vako določiti smer): $\vec{F}_{tr} = -k_{tr} \cdot \frac{\vec{v}}{v}$

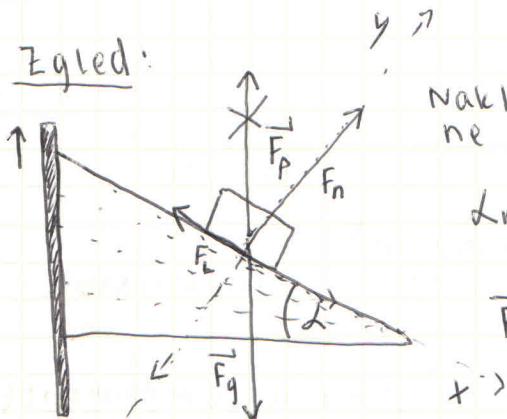
enotski vektor

Trenje je bolj ali manj neodvisno od velikosti stične ploskve, velikost lepenja in trenja primarno določa VRSTA PODLAGE

\downarrow
 Če stične ploskve podledamo pod mikroskopom: 
 Pri lepenju se zobčki ugnezdijo drug v drugega - potrebna je sila, da se premaknejo narazen. Pri trenju pa zadevajo drug v drugega.

Če stvar preveč dobro spoliramo se nam ploskvi na atomskem nivoju lahko spimeta (silicijev kristal)

Zgled:



Naklon klancu povečujemo, dokler klada ne zdrsne

$$\alpha_{max} = 23,1^\circ (1 \pm 0,07)$$

$$\vec{F}_p + \vec{F}_g = 0$$

\downarrow
 Postavimo nov koordinatni sistem:

smer y: $F_N = m \cdot g \cdot \cos \alpha$

smer x: $F_L = m \cdot g \cdot \sin \alpha$

$$F_L \leq k_L \cdot F_N$$

$$k_L \cdot F_N \geq \frac{m \cdot g \cdot \sin \alpha}{k_L}$$

$$m \cdot g \cdot \cos \alpha \geq m \cdot g \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1}{k_L}$$

$$\tan \alpha \leq k_L$$

POGOJ, DA KLADA NA KLANCU MIRUJE

$\tan \alpha_{max} = k_L = 0,426 \pm 0,004$

SILA VRVICE, ŠKRIPECA, VZMETI

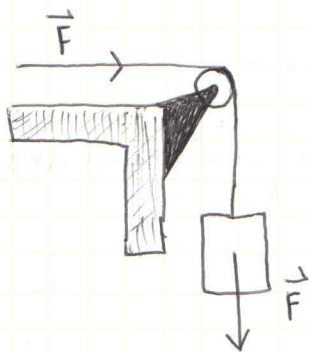
• VRVICA - lahka vrvica, prenaša silo med roko in telesom



$$\vec{F}_{\text{vrvica}} = \vec{F}_{\text{roka}}$$

→ če je masa vrvice zanemarljiva v primerjavi s maso telesa, ki ga vlečemo

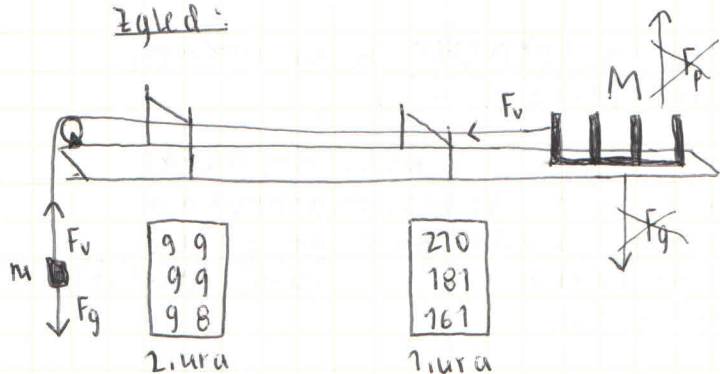
• ŠKRIPEC - lahak škripec brez trenja prenaša silo



$$|\vec{F}| = |\vec{F}_{\text{vrvica}}|$$

Škripec ohrani velikost sile, spremeni pa njeno smer

Zgled:



Prva ura kaže vedno krajše intervale med letvicami - gibanje je bilo pospešeno

V drugem primeru je utež že padla na tla - gibanje je bilo enakomerno

$$F_g - F_v = m \cdot a$$

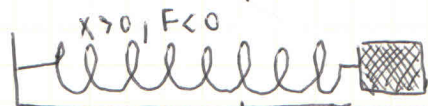
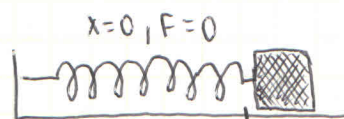
$$F_v = M \cdot a$$

$$m \cdot g = F_g = (m + M) \cdot a \Rightarrow a = g \cdot \frac{m}{m + M} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \frac{20\text{g}}{482\text{g}} = 0,40 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$M = 472 \text{ g}$$

$$m = 20 \text{ g}$$

• VZMET - sila je nasprotna raztežku, velikost je sorazmerna raztežku



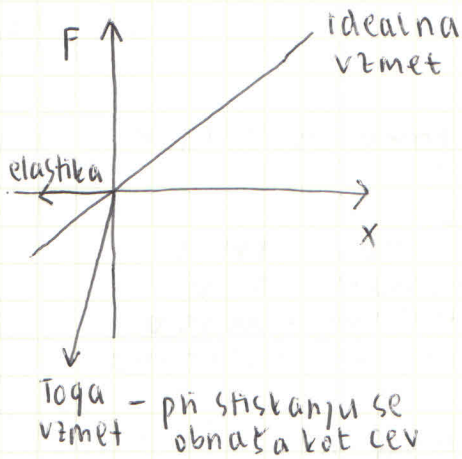
$$\vec{F}_{\text{vzmeti}} = -k \cdot \vec{x}$$

HOOKOV ZAKON

| utež | Δx |
|------|------------|
| 1 | 3,5 |
| 2 | 7,5 |
| 3 | 11,5 |
| 4 | 15 |
| 5 | 19 |
| 6 | 23,5 |

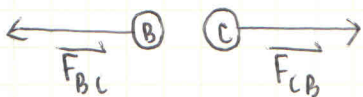
$$k = \frac{\Delta x}{\text{utež}} \sim 4$$

$$\int \Delta x \sim 0,5$$



3. NEWTONOV ZAKON

= zakon o vzajemnem učinku: telesi delujeta vzajemno aka. & nasprotno enakima silama druga proti drugi

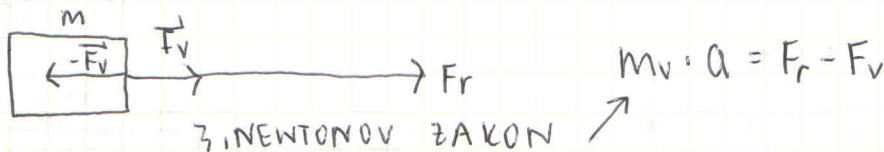


$$-\vec{F}_{BC} = \vec{F}_{CB}$$

"akcija → reakcija" ⇒ sili delujeta SOČASNO in ni važno, če zamenjamo B in C.

Sila uteži na mizo je nasprotno enaka sili mize na utež. Med skokom v višino atletinja privlači zemljo nasprotno enako silo kot zemlja atletinjo (vendar pa je pospešek atletinje veliko večji kot pospešek zemlje, zato atletinja pade na zemljo in ne obratno).

→ Pazljivi moramo biti pri označevanju sil, če gre namreč za pospešen sistem, v katerem je utež na podlagi $F_g \neq -F_n$!



SILE PRI KROŽENJU

Sila, ki je potrebna za kroženje je CENTRIPETALNA SILA, vzrok za kroženje je v okolici telesa (npr. vrvica oz. gravitacija)

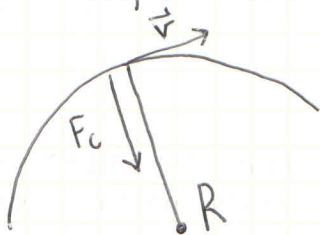
Če telesa v okolici ni, telo NE MORE krožiti (giblje se lahko le PREMO in enakomerno)

$$\vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c$$

= središčna sila

... centripetalno silo lahko predstavljajo različne druge sile (npr. gravitacijska, šibka jedrska sila, sila vrvile...)
→ Druge sile v kontekstu kroženja prevtamejo vlogo centripetalne sile.

Zgled: Vožnja avtomobila skozi ovinek:



$$\vec{F}_c = -m\omega^2 \vec{r}$$

V okolici stala cesta & zemlja sila podlage nam izhiti silo teže → zaradi nje imamo tudi silo lepenja

$$-\frac{r}{r} k_L \cdot mg \geq \vec{F}_L = \vec{F}_c$$

$$k_L mg = m\omega^2 r$$

$$\omega^2 = \frac{k_L g}{r}$$

$$v = \omega r \Rightarrow v^2 = k_L g r \Rightarrow v_{\max} = \sqrt{k_L g r}$$

$$v_{\max} = \sqrt{0,8 \cdot 10 \text{ m/s}^2 \cdot 50 \text{ m}} = 20 \text{ m/s}$$

⇒ Tudi v optimalnih pogojih v precej blagih ovinkih s silo lepenja ne moremo prav hitro voziti → v_{\max} , povečamo tako, da ovinek malo nagnemo (pri formuli 1 pa to opravi aerodinamična oblika avtomobila)

Kaj pa je z astronauti v ISSju?

Največ sile teže čutimo v podplatin - na stiku, v ISSju pa je F_g razporejena po celém telesu, nič ne deluje na nekaj drugega, zato sile teže „ne čutijo“

Pralni stroj - perilo očame „centrifugalna sila“ ⇒ pravzaprav pomanjkanje centripetalne sile v inercialnem sistemu na kapljice vode v penlu, zato grejo te v smeri tangento natir

Inercialen sistem je tisti, v katerem deluje 1. Newtonov zakon (S)

$$S \xrightarrow{\vec{a}_S} S' \quad \left[\begin{array}{l} \text{pospešek nenercialnega sistema} \\ \text{izmenjen v inercialnem sistemu} \end{array} \right]$$

$$\vec{a} \longrightarrow a' = \vec{a} - \vec{a}_S$$

II. Newt. zakon:

$$\vec{F} = m\vec{a} \longrightarrow \cancel{\vec{F} = m\vec{a}} \quad \boxed{F'} = m\vec{a}' ?$$

\vec{a}' poznamo ($\vec{a} - \vec{a}_S$)
kaj pa je s silami?

Sile nam opišejo delovanje teles enega na drugega, nič pa nam ne povejo o opazovalnih sistemih. Zaenkrat verjamemo, da je delovanje teles eno na drugo neodvisno od opazovalnega sistema, zato mora veljati:

$$\vec{F} = \vec{F}'$$

$$\vec{F} = m\vec{a}' + m\vec{a}_S \quad \checkmark$$

Te enačbe ne znamo izmeniti v nenercialnem sistemu, pospešek sistema moramo dobiti v inercialnem sistemu,

$$\vec{F}' - m\vec{a}_S = m\vec{a}'$$

Ta člen je posledica pospešenosti sistema (ne pa teles v okolici) zato zapikemo:

$$\vec{F}' + \vec{F}_S = m\vec{a}'$$

$$\text{SYSTEMSKA SILA: } \vec{F}_S = -m\vec{a}_S$$

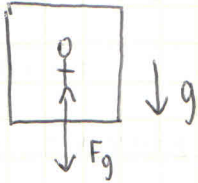
-m telesa v okolici!

Ta sila deluje, kjer je masa \rightarrow po masi, na daljavo

\Rightarrow Te lastnosti ima sila teže, takšna sila lahko silo teže izniči. V nenercialnih sistemih ni težko dojeti "breztežnostnega stanja". V padajočem dvigalu systemska sila deluje z velikostjo $-mg$, medtem ko zemlja deluje s silo $+mg$.

za pojasnilo pojavov v neinercialnih sistemih moramo dodati pravih silam, ki jih povzročajo telesa, dodati še sistemsko silo

Zgled:



kabina, ki prosto pada

$$\vec{F}_g = m \cdot \vec{a}$$

$$\vec{g} = \vec{a}$$

Če pa je naš inercialni sistem kabina:

$$\vec{a}' = 0$$

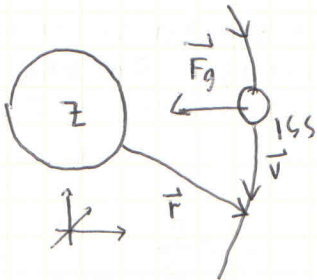
$$\vec{F}_g = 0?$$

$$\vec{a}_s = \vec{g}$$

Če nimamo oken in izmerimo naš pospešek v kabini je ta enak 0

$$\Rightarrow \vec{F}_g - m \vec{a}_s = \vec{F}_g - m \vec{g} = 0 \quad \checkmark$$

V tem primeru je sistemsko sila nasprotno enaka sili teže, razporejena je po celotni masi



$$\vec{F}_g = m \vec{a}$$

Če sam Newtonov zakon nam ne napoveduje gibanja, pove nam le, kaj je to pospešek. Popoln tir nam da šele taketno hitrost in lego.

Tu imamo taketno hitrost, ki je na tir kroženja tangentialna če je hitrost kroženja majhna, je tir elipsa, če pa je hitrost velika, je tir hiperbola.

idealiziramo: telo kroži (F_g povsod predstavlja F_c , $v = \text{konst}$):

$$\vec{F}_g = m \vec{a}$$

$$m \vec{g} = -m \omega^2 \vec{r}$$

$$\omega^2 = \frac{g}{r}$$

$$v_0^2 = g \cdot r \quad \dots \text{1. kozmična hitrost}$$

Zdaj pa se premaknemo v ISS (neinercialen sistem):

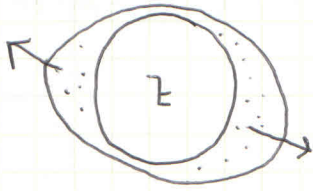


$$\vec{a}' = 0 = \vec{F}_g - m \vec{a}_s$$

$$\vec{a}_s = \vec{g} \quad \checkmark$$

$$g(r) < \frac{1}{r^2}$$

* Ta pogoj je izpolnjen le pri enem radiju, saj se a_s z radijem veča, g pa z radijem manjša.



Sistemске силе (plimne силе) kažejo ven
 → so znotraj kusa zanemarljive (majhen $\Delta \vec{r}$)

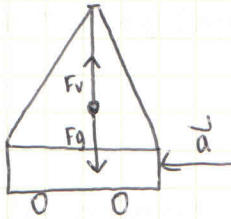
$$\vec{F}_s = -m \vec{a}_s = -m (-\omega^2 \vec{r}) = m \omega^2 \vec{r} =$$

= $-F_g$... zaradi pospešenosti sistema

$$\vec{F}_g = \vec{F}_c \text{ ... prava sila}$$

(L)

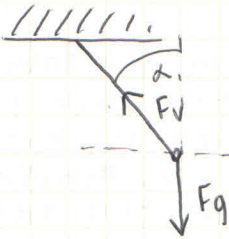
Centrifugalna sila je sila, ki nastopa v sistemu, ki kroži in nam popravi Newtonov zakon v neinercialnem sistemu



voziček, na katerem je obešeno nihalo

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g = m \vec{a}$$

ko zatremo premikati voziček s pospeškom \vec{a} , se mora vrstica odkloniti, saj drugače pospeška ne more biti.



Sila vrvice in sila teže sta si nasprotno enaki, ko voziček miruje. F_g ves čas kaže v isto smer, zato more F_v smer spremeniti.

$$\left. \begin{aligned} F_v \cdot \cos \alpha &= mg \\ F_v \cdot \sin \alpha &= ma \end{aligned} \right\} \tan \alpha = \frac{a}{g}$$

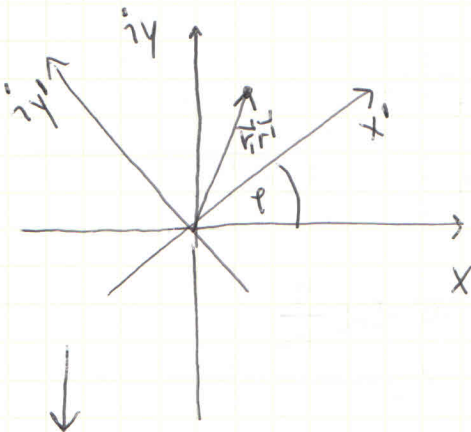
če gledamo voziček: $\vec{a}' = 0$

$$\vec{F}_s = -m \vec{a}$$

$$\vec{F}_v + \vec{F}_g + \vec{F}_s = 0$$

vzemimo vrtečo se ploščo (njeno izhodišče ot center vrtenja postavimo v koordinatno izhodišče)

Njen sistem se bo vrteel okoli našega s kotno hitrostjo ω .



$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = \text{konst.} \quad \varphi = \omega t$$

Isti radijvektor na plošči lahko opišemo iz obeh sistemov.

$$\vec{r}' = R \cdot \vec{r}$$

rotacijska matrika (transformacija)

Realno ravnino pretvorimo v kompleksno ravnino

$$\vec{r} \rightarrow z = Re z + i \cdot Im z = |z| \cdot e^{i\varphi}$$

$$\vec{r}' \rightarrow z' = e^{-i\omega t} z$$

⇒ Polarne koordinate veliko lažje odvajamo po času kot kartezijske. To potrebujemo, ker nas zanima, kaj se dogaja s pospeškom, ko ima \vec{r} svojo (konstantno) hitrost (ko je pri miru če vemo, kaj se dogaja - astronaut v ISSju)

(1) $\vec{r} = \text{konst.}$ $\alpha' = 0$

$z = e^{i\omega t} \cdot z'$ $\leftrightarrow \vec{r}$ (radijvektor v inercialnem opazovalnem sistemu)

$$\vec{a} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d e^{i\omega t} \cdot z'}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\underbrace{i\omega e^{i\omega t} z'}_{\text{kotna hitrost}} + 0 \right) =$$

odvod vektorja je njegov razteg (pomnožimo ga z $1/dt$)

Potrebujemo obratno transformacijo $z' \rightarrow z$

KOMPLEKSNA HITROST $\rightarrow \frac{dz}{dt} = v_c$

$i = e^{i\pi/2}$... to je v kompleksni ravnini časnik za 90°

Enačba pravi: vzemi radijvektor, podaljšaj ga za ω in časnikaj za $90^\circ \Rightarrow$ dobimo v

$(\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})) \dots 3D$

$= i\omega i\omega e^{i\omega t} z' \leftrightarrow -\omega^2 \vec{r}$
CENTRIPETALNI POSPEŠEK

(2) GIBANJE S HITROSTJO $\vec{v} = \text{konst.}$

$z' = z_0' + v_0' \cdot t$ (radijvektor kot funkcija časa)

$$\vec{a} = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{d^2 e^{i\omega t} \cdot (z_0' + v_0' \cdot t)}{dt^2} = \frac{d(i\omega e^{i\omega t} \cdot z_0' + i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0' t + e^{i\omega t} \cdot v_0')}{dt}$$

$$= i\omega i\omega \cdot e^{i\omega t} \cdot z_0' + i\omega \cdot v_0' \cdot e^{i\omega t} + i\omega i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0' t + i\omega \cdot e^{i\omega t} \cdot v_0' =$$

$$= -\omega^2 \cdot \boxed{e^{i\omega t} \cdot (z_0' + v_0' \cdot t)} + \underbrace{2i\omega e^{i\omega t} \cdot v_0'}_{= 2\vec{\omega} \times \vec{v}} =$$

$z \rightarrow \vec{r}$

... CENTRIPETALNI POSPEŠEK

$\vec{F}_{CF} = m \cdot \vec{a}_c$

$= \vec{a}_{cor} \dots$ CORIOLISOV POSPEŠEK

$\vec{F}_{cor} = -2m \vec{\omega} \times \vec{v}$
SILA NAVIDERNE TEŽE

Herman Potočnik: vesoljsko postajo vrtimo in ljudje na njej
čutijo sistemsko silo \rightarrow to ni tako dobra ideja

$$\omega^2 r = a_c = g$$

Manjši, kot bo radij (vesoljske postaje), hitreje bomo morali vrteti postajo, da bomo dosegli g .

$$r = 40\text{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{r}} = \sqrt{\frac{10\text{m}}{\text{s}^2 \cdot 40\text{m}}} = 0,5\text{s}^{-1}$$

Vstanemo iz postelje na vesoljski postaji s hitrostjo $v = 2\text{m/s}$

$$a_{\text{cor}} = 2\text{m/s}^2$$

\rightarrow pospešek (nepričakovan) nas udari na stran

Coriolisova sila kaže zmeraj pravokotno na smer gibanja

Na velikih skalah doloka vremenske pojave (tornado, morški tokovi, ...). Zato tudi veter piha z zahoda in ne v smeri S-J (kjer je zaradi vpadnega kota sonca največja razlika v tlakih).

